

■ ΑΝΕΣ ΤΑΥΤΟΛΟΓΙΕΣ :

$$i) (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\sim Q \Rightarrow \sim P)$$

$$ii) P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \quad \text{ⓐ}$$

$$iii) P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

ΛΥΣΗ

i)

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$\sim Q$	$\sim Q \Rightarrow \sim P$
a	a	a	ψ	a
a	ψ	ψ	a	a
ψ	a	a	ψ	a
ψ	ψ	a	a	a

ⓐ ⓑ

ii)

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	ⓐ
a	a	a	a	a	a	a	a	a
a	ψ	a	a	a	ψ	a	a	a
ψ	a	a	a	ψ	ψ	ψ	ψ	a
ψ	ψ	a	a	ψ	ψ	ψ	ψ	a
a	a	ψ	a	a	a	ψ	a	a
a	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	a
ψ	a	ψ	a	ψ	ψ	ψ	ψ	a
ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	a

ⓐ ⓑ ⓑ ⓑ ⓑ ⓑ ⓑ

iii) Παρομοίως με το (ii)

▣ Διαφορές ταυτολογίες:

1) $P \Leftrightarrow \sim(\sim P)$

2) $\sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\sim P) \vee (\sim Q)$ } Νόμοι De Morgan

3) $\sim(P \vee Q) \Leftrightarrow (\sim P) \wedge (\sim Q)$

4) $P \Rightarrow Q \Leftrightarrow \sim(P \wedge \sim Q)$ ← ΘΕΜΑ ΛΑΝΟΒΑΡΙΟΥ 2014!

ΛΥΣΗ

1)	P	$\sim P$	$\sim(\sim P)$	$P \Leftrightarrow \sim(\sim P)$
	a	ψ	a	a
	ψ	a	ψ	a
	\oplus		\oplus	

2)	P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$(\sim P) \vee (\sim Q)$	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$\sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\sim P) \vee (\sim Q)$
	a	a	ψ	ψ	ψ	a	ψ	a
	a	ψ	ψ	a	a	ψ	a	a
	ψ	a	a	ψ	a	ψ	a	a
	ψ	ψ	a	a	a	ψ	a	a
			\oplus		\oplus		\oplus	

3)	P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$(\sim P) \wedge (\sim Q)$	$P \vee Q$	$\sim(P \vee Q)$	$\sim(P \vee Q) \Leftrightarrow (\sim P) \wedge (\sim Q)$
	a	a	ψ	ψ	ψ	a	ψ	a
	a	ψ	ψ	a	ψ	a	ψ	a
	ψ	a	a	ψ	ψ	a	ψ	a
	ψ	ψ	a	a	a	ψ	a	a
			\oplus		\oplus		\oplus	

4)	P	Q	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$	$\sim(P \wedge \sim Q)$	$P \Rightarrow Q$	$P \Rightarrow Q \Leftrightarrow \sim(P \wedge \sim Q)$
	a	a	ψ	ψ	a	a	a
	a	ψ	a	a	ψ	ψ	a
	ψ	a	ψ	ψ	a	a	a
	ψ	ψ	a	ψ	a	a	a
	\oplus		\oplus		\oplus	\oplus	

ΕΙΣ ΑΓΓΛΙΚΗ ΕΡΑΥΡΗΣΗ

ΑΣΚΗΣΗ

Έστω τα A, B, Γ, Δ

ΝΔΟ

$$A \cup B = (A - B) \cup B \quad \text{και} \quad (A - B) \cap (\Gamma - \Delta) = (A \cap \Gamma) - (B \cap \Delta)$$

ΛΥΣΗ

$$\text{Έστω, } x \in A \cup B \Leftrightarrow \underbrace{x \in A}_p \vee \underbrace{x \in B}_q \stackrel{?}{\Leftrightarrow} \underbrace{(x \in A \wedge x \notin B)}_p \vee \underbrace{x \in B}_p$$

p	q	$\sim q$	$p \vee q$	$p \wedge (\sim q)$	$(p \wedge (\sim q)) \vee q$	\Leftrightarrow ①
α	α	ψ	α	ψ	α	α
α	ψ	α	α	α	α	α
ψ	α	ψ	α	ψ	α	α
ψ	ψ	α	ψ	ψ	ψ	α

(ΑΛΗΘΗΣ ΠΡΟΤΑΣΗ)

$$\text{Έστω, } x \in (A - B) \cap (\Gamma - \Delta) \Leftrightarrow x \in (A - B) \cdot x \in (\Gamma - \Delta) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \cdot (x \in \Gamma \wedge x \notin \Delta) \Leftrightarrow \text{Ιδίοις της ζωής!}$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in \Gamma) \wedge (x \notin B \wedge x \notin \Delta) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap \Gamma) \wedge (\sim(x \in B \vee x \in \Delta)) \Leftrightarrow \text{p' Morgan!}$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap \Gamma) \wedge (\sim x \in (B \cup \Delta)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap \Gamma) - (B \cup \Delta).$$